

# Calcul intégral

Intégrale + aire + propriétés + méthodes classiques  
Résumé simple et organisé pour les élèves du Bac

## 1. Notion d'intégrale

### Définition

L'intégrale définie de  $f$  entre  $a$  et  $b$  est notée :

$$\int_a^b f(x) dx$$

Elle représente une aire algébrique sous la courbe de  $f$ .

### Cas positif

Si  $f(x) \geq 0$  sur  $[a, b]$ , alors  $\int_a^b f(x) dx$  représente l'aire géométrique.

### Attention

Si  $f$  est négative, l'intégrale est négative.

## 2. Lien avec les primitives

### Formule fondamentale

Si  $F$  est une primitive de  $f$ , alors :

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

### Exemple

$$\int_0^2 3x^2 dx = [x^3]_0^2 = 8$$

### Attention

Dans une intégrale définie, on n'ajoute pas  $+C$ .

## 3. Propriétés

### Linéarité

$$\int_a^b (\alpha f + \beta g) = \alpha \int_a^b f + \beta \int_a^b g$$

### Chasles

$$\int_a^b f = \int_a^c f + \int_c^b f$$

### Changement de sens

$$\int_a^b f = - \int_b^a f, \quad \int_a^a f = 0$$

## 4. Positivité et comparaison

### Positivité

Si  $f \geq 0$  sur  $[a, b]$ , alors :

$$\int_a^b f(x) dx \geq 0$$

### Comparaison

Si  $f \leq g$  sur  $[a, b]$ , alors :

$$\int_a^b f \leq \int_a^b g$$

### Encadrement

Si  $m \leq f(x) \leq M$ , alors :

$$m(b-a) \leq \int_a^b f(x) dx \leq M(b-a)$$

## 5. Aire entre deux courbes

### Formule

Si  $f(x) \geq g(x)$  sur  $[a, b]$ , alors l'aire entre les deux courbes est :

$$A = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

### Méthode

Déterminer les bornes, repérer la fonction du haut et celle du bas, puis intégrer  $f - g$ .

### Aire géométrique

Si une fonction change de signe, il faut parfois découper l'intervalle.

## 6. Résumé

### Checklist

Chercher une primitive, appliquer  $F(b) - F(a)$ , utiliser les propriétés, et vérifier le signe pour les questions d'aire.

### Erreurs à éviter

Ajouter  $+C$ , oublier le signe, confondre aire géométrique et intégrale algébrique.

### Formules clés

$$\int_a^b f = F(b) - F(a), \quad A = \int_a^b (f - g)$$