

# Nombres complexes

Forme algébrique + module + argument + forme trigonométrique  
Résumé simple et organisé pour les élèves du Bac

## 1. Définition

### Nombre complexe

Un nombre complexe s'écrit :

$$z = a + ib$$

avec  $a, b \in \mathbb{R}$  et  $i^2 = -1$ .

### Parties réelle et imaginaire

$$\Re(z) = a, \quad \Im(z) = b$$

### Attention

La partie imaginaire de  $a + ib$  est  $b$ , pas  $ib$ .

## 2. Opérations et conjugué

### Somme et produit

Si  $z = a + ib$ ,  $z' = c + id$ , alors :

$$z + z' = (a + c) + i(b + d)$$

$$zz' = (ac - bd) + i(ad + bc)$$

### Conjugué

Le conjugué de  $z = a + ib$  est :

$$\bar{z} = a - ib$$

### Propriété

$$z\bar{z} = a^2 + b^2$$

## 3. Module et argument

### Module

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

### Propriétés

$$|zz'| = |z||z'|, \quad \left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|} \quad (z' \neq 0)$$

### Argument

Si  $z \neq 0$ , un argument de  $z$  est l'angle  $\theta$  tel que le point image de  $z$  ait pour direction  $\theta$ .

## 4. Forme trigonométrique et exponentielle

### Forme trigonométrique

Si  $z \neq 0$ , alors :

$$z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

avec  $r = |z|$ .

### Forme exponentielle

$$z = re^{i\theta}$$

avec  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ .

### Exemple

$$1 + i = \sqrt{2} \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2}e^{i\pi/4}$$

## 5. Puissances et équations simples

### Moivre

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$$

### Puissances

Si  $z = re^{i\theta}$ , alors :

$$z^n = r^n e^{in\theta}$$

### Exemple

$$z^2 = -1$$

admet deux solutions dans  $\mathbb{C}$  :  $i$  et  $-i$ .

## 6. Résumé

### Checklist

Écrire  $z = a + ib$ , calculer le conjugué, le module, chercher l'argument, puis passer à la forme trigonométrique si nécessaire.

### Erreurs à éviter

Oublier que  $i^2 = -1$ , confondre module et partie réelle, oublier que l'argument n'est pas unique à  $2\pi$  près.

### Formules clés

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad z\bar{z} = |z|^2$$