BAC SAHL

Fonctions exponentielles

Définitions + propriétés + limites + équations

Résumé simple et organisé pour les élèves du Bac

1. Définition

Exponentielle

La fonction exponentielle est notée e^x ou $\exp(x)$. Elle est définie sur $\mathbb{R}$.

Valeurs

$$e^0 = 1, \quad e^1 = e, \quad e^x > 0 \text{ pour tout } x \in \mathbb{R}$$

Attention

L'équation $e^x = 0$ n'a aucune solution.

2. Dérivée et variations

Dérivée

$$(e^x)' = e^x$$

Comme $e^x > 0$, la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

Limites

$$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0, \qquad \lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$$

Asymptote

La droite $y = 0$ est une asymptote horizontale en $-\infty$.

3. Propriétés algébriques

Formules

$$e^{a+b} = e^a e^b, \quad e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}, \quad e^{-a} = \frac{1}{e^a}$$

Erreur fréquente

$$e^{a+b} \neq e^a + e^b$$

Exemple

$$e^{x+2} = e^2 e^x$$

4. Lien avec ln

Fonctions réciproques

$$\ln(e^x) = x \quad \text{pour tout } x \in \mathbb{R}$$
$$e^{\ln x} = x \quad \text{pour tout } x > 0$$

Exemple

$$e^x = 3 \iff x = \ln 3$$

Condition

Dans $e^{\ln x}$, il faut $x > 0$.

5. Équations et dérivées composées

Équation

$$e^a = e^b \iff a = b$$

Dérivée composée

Si u est dérivable, alors :

$$(e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$$

Exemple

Si $f(x) = e^{x^2+1}$, alors $f'(x) = 2xe^{x^2+1}$.

6. Résumé

Checklist

Retenir que $e^x > 0$, utiliser les propriétés de calcul, appliquer ln si besoin, puis vérifier les dérivées composées.

Erreurs à éviter

Oublier que e^x est toujours positif, confondre e^{a+b} avec $e^a + e^b$, oublier le facteur u'.

Formules essentielles

$$(e^x)' = e^x, \quad (e^u)' = u'e^u$$