

# Fonctions logarithmiques

Définitions + propriétés + limites + équations

Résumé simple et organisé pour les élèves du Bac

## 1. Définition

### Logarithme népérien

La fonction logarithme népérien  $\ln x$  est définie sur :

$$D_{\ln} = ]0, +\infty[$$

### Valeurs importantes

$$\ln 1 = 0, \quad \ln e = 1$$

### Attention

$\ln x$  existe seulement pour  $x > 0$ .

## 2. Variations et dérivée

### Dérivée

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (x > 0)$$

Comme  $\frac{1}{x} > 0$ ,  $\ln x$  est strictement croissante sur  $]0, +\infty[$ .

### Limites

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

### Asymptote

La droite  $x = 0$  est une asymptote verticale.

## 3. Propriétés algébriques

### Formules

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$$

$$\ln(a^n) = n \ln a$$

### Erreur fréquente

$$\ln(a + b) \neq \ln a + \ln b$$

### Exemple

$$\ln(3x) = \ln 3 + \ln x \quad (x > 0)$$

## 4. Équations et inéquations

### Équation

Pour  $a > 0, b > 0$  :

$$\ln a = \ln b \iff a = b$$

### Inéquation

Comme  $\ln$  est croissante :

$$\ln a \leq \ln b \iff a \leq b$$

### Méthode

Toujours commencer par les conditions d'existence.

## 5. Dérivée composée et primitive

### Composée

Si  $u(x) > 0$ , alors :

$$(\ln(u(x)))' = \frac{u'(x)}{u(x)}$$

### Primitive fondamentale

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C \quad (x > 0)$$

### Exemple

$$\int \frac{2x}{x^2 + 1} dx = \ln(x^2 + 1) + C$$

## 6. Résumé

### Checklist

Vérifier  $x > 0$ , utiliser les formules de calcul, appliquer la croissance de  $\ln$ , puis vérifier le domaine dans les solutions.

### Erreurs à éviter

Oublier le domaine, écrire  $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$ , oublier la croissance de  $\ln$ .

### Formules essentielles

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad \ln(ab) = \ln a + \ln b$$