BAC SAHL

Les suites numériques

Définitions + arithmétique + géométrique + convergence

Résumé simple et organisé pour les élèves du Bac

1. Définition d'une suite

Suite numérique

Une suite numérique est une fonction définie sur $\mathbb{N}$. On la note (u_n). Chaque nombre u_n est un terme de la suite.

Exemple

Si $u_n = 2n + 1$, alors :

$$u_0 = 1, \ u_1 = 3, \ u_2 = 5$$

Attention

Ne pas confondre u_n et u_{n+1}.

2. Deux façons de définir une suite

Forme explicite

On donne directement u_n en fonction de n, par exemple $u_n = 3n + 2$.

Forme récurrente

On donne un premier terme et une relation :

$$u_0 = 1, \quad u_{n+1} = 2u_n + 3$$

Méthode

Avec une forme récurrente, on calcule souvent les premiers termes avant toute étude.

3. Suite arithmétique

Définition

(u_n) est arithmétique s'il existe $r \in \mathbb{R}$ tel que :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

r s'appelle la raison.

Formule

$$u_n = u_0 + nr$$

ou plus généralement :

$$u_n = u_p + (n - p)r$$

Exemple

Si $u_0 = 2$ et $r = 3$, alors $u_n = 2 + 3n$.

4. Suite géométrique

Définition

(u_n) est géométrique s'il existe $q \in \mathbb{R}$ tel que :

$$u_{n+1} = qu_n$$

q s'appelle la raison.

Formule

$$u_n = u_0 q^n$$

ou encore :

$$u_n = u_p q^{n-p}$$

Exemple

Si $u_0 = 3$, $q = 2$, alors $u_n = 3 \cdot 2^n$.

5. Variations et suites bornées

Variations

(u_n) est croissante si $u_{n+1} \geq u_n$, décroissante si $u_{n+1} \leq u_n$.

Méthode

Étudier le signe de $u_{n+1} - u_n$, ou parfois de $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ si les termes sont positifs.

Bornée

Une suite est bornée si elle est majorée et minorée.

6. Limite et convergence

Limite

$$\lim_{n \to +\infty} u_n = L$$

signifie que u_n se rapproche de L quand n devient grand.

Cas de q^n

Si $-1 < q < 1$, alors $q^n \to 0$. Si $q > 1$, alors $q^n \to +\infty$.

Théorème

Toute suite croissante et majorée est convergente. Toute suite décroissante et minorée est convergente.