

# Dérivation et étude de fonction

Dérivée + tangente + variations + extremums

Résumé simple et organisé pour les élèves du Bac

## 1. Dérivée

### Définition

La dérivée de  $f$  en  $a$  est :

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

si cette limite existe.

### Interprétation

$f'(a)$  est le coefficient directeur de la tangente à la courbe de  $f$  au point d'abscisse  $a$ .

### Exemple

Si  $f(x) = x^2$ , alors  $f'(x) = 2x$ , donc  $f'(3) = 6$ .

## 2. Équation de la tangente

### Formule

La tangente à  $C_f$  au point d'abscisse  $a$  a pour équation :

$$y = f'(a)(x - a) + f(a)$$

### Exemple

Pour  $f(x) = x^2$  en  $a = 1$  :

$$f(1) = 1, \quad f'(1) = 2$$

Donc la tangente est :

$$y = 2(x - 1) + 1 = 2x - 1$$

### Attention

Ne pas oublier le point  $(a, f(a))$ .

## 3. Dérivées usuelles

### À mémoriser

$$(x^n)' = nx^{n-1}, \quad (\cos x)' = -\sin x, \quad (\sin x)' = \cos x$$

$$(uv)' = u'v + uv', \quad \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

### Condition

Pour  $\frac{u}{v}$ , il faut  $v \neq 0$ .

### Fonction composée

Si  $f(x) = g(u(x))$ , alors :

$$f'(x) = u'(x)g'(u(x))$$

## 4. Variations

### Règle

Si  $f'(x) > 0$  sur un intervalle, alors  $f$  est croissante. Si  $f'(x) < 0$ , alors  $f$  est décroissante.

### Étude

1) Calculer le domaine. 2) Calculer  $f'$ . 3) Étudier le signe de  $f'$ . 4) Dresser le tableau de variations.

### Point critique

Si  $f'(a) = 0$ ,  $a$  peut être un extremum, mais il faut étudier le signe de  $f'$  autour de  $a$ .

## 5. Extremums et convexité simple

### Extremum local

Un maximum local ou minimum local apparaît souvent quand la dérivée change de signe.

### Exemple

Pour  $f(x) = x^2$ , on a  $f'(x) = 2x$ . La dérivée passe de négatif à positif en 0, donc  $f$  admet un minimum en 0.

### À retenir

Une fonction peut être dérivable sans être monotone sur tout son domaine.

## 6. Résumé

### Checklist

Déterminer le domaine, calculer la dérivée, résoudre  $f'(x) = 0$ , étudier le signe, dresser le tableau, puis chercher les tangentes si demandé.

### Formules essentielles

$$y_{\text{tangente}} = f'(a)(x - a) + f(a)$$

$$f' > 0 \Rightarrow f \text{ croissante}, \quad f' < 0 \Rightarrow f \text{ décroissante}$$

### Erreurs à éviter

Oublier le domaine, se tromper dans la dérivée d'un quotient, oublier d'étudier le signe de  $f'$ .