BAC SAHL

Dénombrement et probabilités

Factorielle + arrangements + combinaisons + probabilités

Résumé simple et organisé pour les élèves du Bac

1. Dénombrement

Principe multiplicatif

Si une expérience se fait en plusieurs étapes indépendantes, le nombre total de cas est le produit des nombres de choix à chaque étape.

Exemple

4 chemises et 3 pantalons donnent :

$$4 \times 3 = 12$$

tenues possibles.

Idée

Bien repérer si l'ordre compte ou non.

2. Factorielle, permutations, arrangements

Factorielle

$$n! = n(n-1)\cdots 2 \times 1, \quad 0! = 1$$

Permutations

Le nombre de permutations de n éléments est :

$$n!$$

Arrangements

Le nombre d'arrangements de p éléments parmi n est :

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

3. Combinaisons

Combinaison

Une combinaison de p éléments parmi n est un choix sans ordre.

Formule

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Exemple

Le nombre de groupes de 3 élèves parmi 10 est :

$$\binom{10}{3} = 120$$

4. Probabilités simples

Univers et événement

Ω est l'univers, A est un événement, $\overline{A}$ son contraire.

Cas équiprobable

$$P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$$

Formules

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$$
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

5. Probabilité conditionnelle

Définition

Si $P(B) \neq 0$, alors :

$$P_B(A) = P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Formule du produit

$$P(A \cap B) = P(B)P_B(A) = P(A)P_A(B)$$

Arbre pondéré

Multiplier les probabilités sur une branche, puis additionner les chemins qui réalisent le même événement.

6. Schéma de Bernoulli et loi binomiale

Bernoulli

Une épreuve de Bernoulli a deux issues : succès / échec, avec $P(S) = p$.

Loi binomiale

Si X compte le nombre de succès dans n épreuves indépendantes, alors :

$$X \sim \mathcal{B}(n, p)$$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

Espérance

$$E(X) = np, \qquad V(X) = np(1-p)$$